Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física

Física 1 (FS-1111)
3^{er} Examen Parcial 30 %

Instrucciones:

- Cada respuesta incorrecta resta 1 pto de la calificación final.
- Utilice el valor numérico de la aceleración de la gravedad como $||\vec{\mathbf{g}}|| = 10\, m/seg^2$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

Selección Simple//Cada pregunta tiene un valor de 2 ptos.

1. Un oscilador armónico simple tiene una amplitud de oscilación A. Si disminuimos la amplitud de oscilación, ¿cuál de las siguientes cantidades no varía?:
   a) La velocidad máxima.
   b) La energía cinética.
   c) El periodo.
   d) La aceleración máxima.
   e) La energía total.
2. Una fuerza es conservativa si:
   a) Sólo realiza trabajo cuando el cuerpo sobre el cual actúa describe una trayectoria cerrada.
   b) El trabajo que realiza es siempre positivo.
   c) El trabajo que realiza es siempre nulo.
   d) Se conserva la energía cinética del cuerpo sobre el cual actúa.
   e) El trabajo que realiza sobre un cuerpo es independiente de la trayectoria.
3. Una partícula está sometida a varias fuerzas, conservativas y no conservativas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
   a) La variación de su energía cinética es igual al trabajo que hacen las fuerzas conservativas.
   b) La variación de energía potencial depende de la trayectoria.
   c) El trabajo que hacen las fuerzas no conservativas es igual a la variación de energía cinética.

d) La variación de energía de su energía potencial es igual trabajo que hacen las fuerzas no conservativas menos el trabajo que hace la fuerza neta.

e) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

   a) La cantidad de movimiento se conserva sólo cuando se conserva la energía mecánica.

   b) Un cuerpo puede poseer cantidad de movimiento y no necesariamente poseer energía.

   c) En un choque perfectamente inelástico se pierde toda la energía cinética de las partículas.

   d) La cantidad de movimiento se conserva tanto en las colisiones elásticas como en las inelásticas.

   e) En un choque perfectamente elástico la energía cinética de cada partícula es la misma antes y después del choque.

5. Tenermos dos resortes ideales idénticos. En el punto de equilibrio de uno de ellos, colocamos una masa m y, en el del otro, una masa de $4m$. A ambas masas le damos una misma velocidad inicial tal que realizan un movimiento armónico simple. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

   a) La máxima compresión del resorte será la misma en ambos casos.

   b) Ambos movimientos tendrán el mismo periodo, pero el de la masa más grande tendrá mayor amplitud.

   c) El movimiento de la masa más grande tendrá mayor periodo pero ambos movimientos tendrán la misma amplitud.

   d) El movimiento de la masa más grande tendrá una amplitud y un periodo mayores.

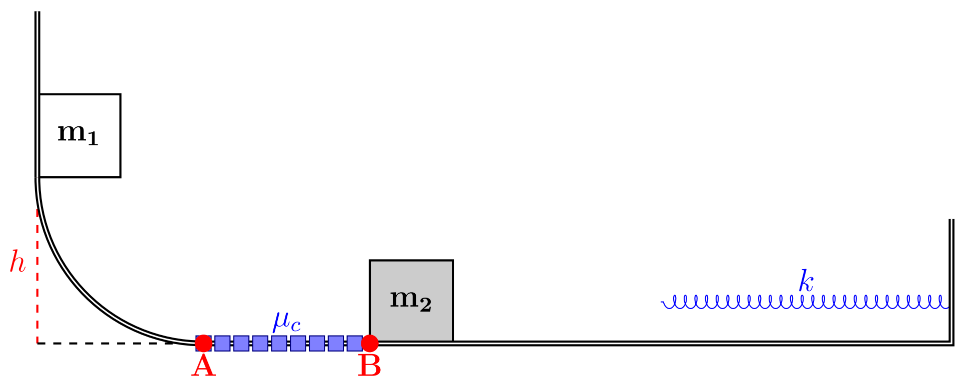
   e) Ninguna de las anteriores.

Desarrollo

1. Un bloque de masa $m_1 = 1\,kg$ se suelta desde una altura $h = 5\,m$ deslizando sobre una rampa sin fricción. En el punto **B**, se encuentra con un bloque de masa $m_2 = 2\,kg$. La colisión entre los bloques es elástica. La distancia entre **A** y **B** es $L = 4\,m$. Entre los puntos **A** y **B** se tiene una superficie horizontal con fricción ($\mu_c = 0{,}2$). La masa m_2 se encuentra luego con un resorte de constante $k = 100\,N/m$. Determine:

   a) La compresión máxima del resorte (5 ptos.).

   b) La altura máxima alcanzada por m_1 después del choque (5 ptos.).

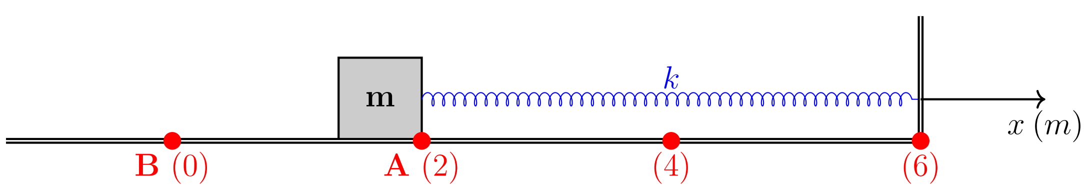


2. Un bloque de masa $m = 20\,kg$ está atado a un resorte de constante elástica $k = 300\,N/m$, cuyo largo natural (sin estiramiento) es de $6\,m$. En el instante inicial, $t = 0\,seg$, el bloque está detenido en la posición $x_A = 2\,m$.

   a) Calcule la velocidad y aceleración máximas del movimiento. ¿En qué puntos se alcanzan cada uno de estos valores máximos? (5 ptos.).

   b) Calcule la fuerza elástica en función del tiempo (3ptos.).

   c) Calcule el tiempo que tarda el bloque en pasar por cuarta vez por el punto **B** (3 ptos.).



SOLUCIÓN

Selección Simple//Ejercicio 1

> Un oscilador armónico simple tiene una amplitud de oscilación A. Si disminuimos la amplitud de oscilación, ¿cuál de las siguientes cantidades no varía?:
>
> *c)* El periodo.

Para cualquier oscilador armónico simple, se cumplen las siguientes ecuaciones:

$$
\begin{cases}
\textbf{Velocidad máxima:} \quad v_{max(A,\omega)} = A\omega \\
\textbf{Energía cinética:} \quad K_{(A,\omega)} = \dfrac{mv_{(A,\omega)}}{2}, \text{ con } v_{(A,\omega)} = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \\
\textbf{Periodo:} \quad T_{(\omega)} = \dfrac{2\pi}{\omega} \\
\textbf{Aceleración máxima:} \quad a_{max(A,\omega)} = A\omega^2 \\
\textbf{Energía total:} \quad E_{(A,\omega)} = U + K_{(A,\omega)}
\end{cases}
$$

Podemos observar fácilmente que el periodo T depende únicamente de la frecuencia angular de oscilaciones ω del oscilador, tal que disminuir la amplitud de oscilación no producirá cambio alguno en T.

Selección Simple//Ejercicio 2

> Una fuerza es conservativa si:
>
> *e)* El trabajo que realiza sobre un cuerpo es independiente de la trayectoria.

Esta es la definición de una fuerza conservativa.

Selección Simple//Ejercicio 3

> Una partícula está sometida a varias fuerzas, conservativas y no conservativas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
>
> *d)* La variación de energía de su energía potencial es igual trabajo que hacen las fuerzas no conservativas menos el trabajo que hace la fuerza neta.

Analicemos cada afirmación por separado. En algunos casos, aplicaremos el teorema de trabajo y energía: sea $W_{(NC)}$ y $W_{(C)} = -\Delta U$, el trabajo total de las fuerzas no conservativas y conservativas respectivamente con U la función energía potencial, tenemos que, sea K la energía cinética, el trabajo total W es

$$W = W_{(NC)} + W_{(C)} = W_{(NC)} - \Delta U = \Delta K$$

a) La variación de su energía cinética es igual al trabajo que hacen las fuerzas conservativas. **Incorrecto**.

$$\Delta K = W_{(NC)} - \Delta U \neq \Delta K = W_{(C)}$$

b) La variación de energía potencial depende de la trayectoria. **Incorrecto**.

La variación de energía potencial está asociada al trabajo realizado por una fuerza conservativa, un trabajo que no depende de la trayectoria; por lo tanto, la variación de energía potencial tampoco depende de la trayectoria.

c) El trabajo que hacen las fuerzas no conservativas es igual a la variación de energía cinética. **Incorrecto**.

$$\Delta K = W_{(NC)} - \Delta U \Longrightarrow W_{(NC)} = \Delta K + \Delta U \neq \Delta K$$

d) La variación de energía de su energía potencial es igual trabajo que hacen las fuerzas no conservativas menos el trabajo que hace la fuerza neta. **Correcto**.

$$\Delta K = W_{(NC)} - \Delta U \Longrightarrow \Delta U = W_{(NC)} - \Delta K$$

e) Ninguna de las anteriores. **Incorrecto**.

La respuesta correcta es la opción *d*).

Selección Simple//Ejercicio 4

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

d) La cantidad de movimiento se conserva tanto en las colisiones elásticas como en las inelásticas.

Analicemos cada afirmación por separado.

a) La cantidad de movimiento se conserva sólo cuando se conserva la energía mecánica. **Incorrecto**.

Por la segunda ley de Newton, sea $\vec{\mathbf{p}}$ la cantidad de movimiento de una partícula, sabemos que

$$\sum_{i}^{n} \vec{\mathbf{F}} = \frac{d}{dt}\vec{\mathbf{p}} : \frac{d}{dt}\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{0}} \Longleftrightarrow \sum_{i}^{n} \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{0}}$$

Observamos entonces que la cantidad de movimiento se conserva únicamente cuando las suma de fuerzas ejercidas sobre la partícula es nula.

b) Un cuerpo puede poseer cantidad de movimiento y no necesariamente poseer energía. **Incorrecto**.

La cantidad de movimiento está definida como $\vec{\mathbf{p}} := m\vec{\mathbf{v}}$, donde $\vec{\mathbf{v}}$; entonces, si el cuerpo tiene cantidad de movimiento es porque tiene una velocidad no nula, tal que tiene necesariamente asociada una energía cinética $K = \frac{m||\vec{\mathbf{v}}||}{2}$.

c) En un choque perfectamente inelástico se pierde toda la energía cinética de las partículas. **Incorrecto**.

La definición de un choque perfectamente inelástico es que al final las partículas que colisionaron se mueven juntas después de la interacción, esto produce que se pierda energía; ahora, la cantidad perdida depende de las condiciones del sistema, no podemos asegurar que se pierda o no toda la energía.

d) La cantidad de movimiento se conserva tanto en las colisiones elásticas como en las inelásticas. **Correcto**.

Por definición, tanto colisiones elásticas como inelásticas, se conserva la cantidad de movimiento.

d) En un choque perfectamente elástico la energía cinética de cada partícula es la misma antes y después del choque. **Incorrecto**.

Si esto ocurre, existe una inconsistencia, puesto que indica que las partículas no cambiaron de velocidad; por lo tanto, nunca colisionaron.

Selección Simple//Ejercicio 5

Tenermos dos resortes ideales idénticos. En el punto de equilibrio de uno de ellos, colocamos una masa m y, en el del otro, una masa de $4m$. A ambas masas le damos una misma velocidad inicial tal que realizan un movimiento armónico simple. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

d) El movimiento de la masa más grande tendrá una amplitud y un periodo mayores.

Sabemos que para un oscilador masa-resorte, sea T el periodo de oscilaciones, v_{max} la velocidad inicial, A la amplitud, M la masa de la partícula y ω la frecuencia angular de oscilaciones, tenemos las siguientes ecuaciones

$$\begin{cases} T = \dfrac{2\pi}{\omega} \\ \\ v_{max} = A\omega \\ \\ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}} \end{cases}$$

Ahora, como los resortes son iguales, tiene la misma constante de elasticidad k, y tienen la misma velocidad inicial, tenemos las siguientes ecuaciones

$$\textbf{Masa 1:} \begin{cases} T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1} \\ \\ v_{max} = A_1\omega_1 \\ \\ \omega_1 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases} \qquad \textbf{Masa 2:} \begin{cases} T_2 = \dfrac{2\pi}{\omega_2} \\ \\ v_{max} = A_2\omega_2 \\ \\ \omega_2 = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases}$$

Como tanto T como A involucran a la frecuencia angular de oscilaciones, determinamos una relación entre ω_1 y ω_2.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{k}{m}}}{\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}} = 2 \Longrightarrow \omega_1 = 2\omega_2$$

Con esta información, podemos determinar la relación entre los periodos y las amplitudes. Recordamos que si una fracción es menor a la unidad, implica que el numerador en menor al denominador.

Relación entre periodos:

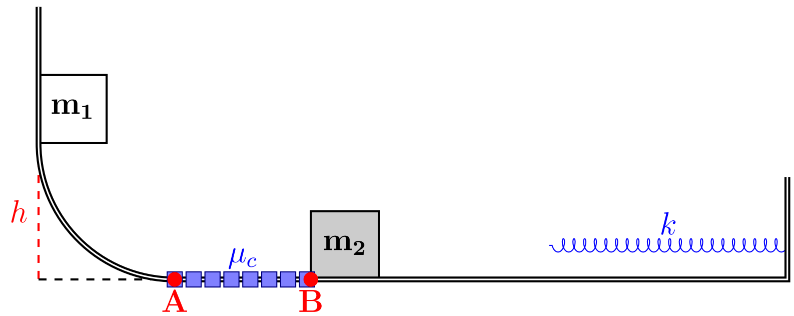
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\dfrac{2\pi}{\omega_1}}{\dfrac{2\pi}{\omega_2}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{2\omega_2} = \frac{1}{2} < 1 \Longrightarrow \boxed{T_1 < T_2}$$

Relación entre amplitudes:

$$\frac{v_{max}}{v_{max}} = 1 = \frac{A_1\omega_1}{A_2\omega_2} = \frac{2A_1\omega_2}{A_2\omega_2} = \frac{2A_1}{A_2} \Longrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2} < 1 \Longrightarrow \boxed{A_1 < A_2}$$

Desarrollo//Ejercicio 1

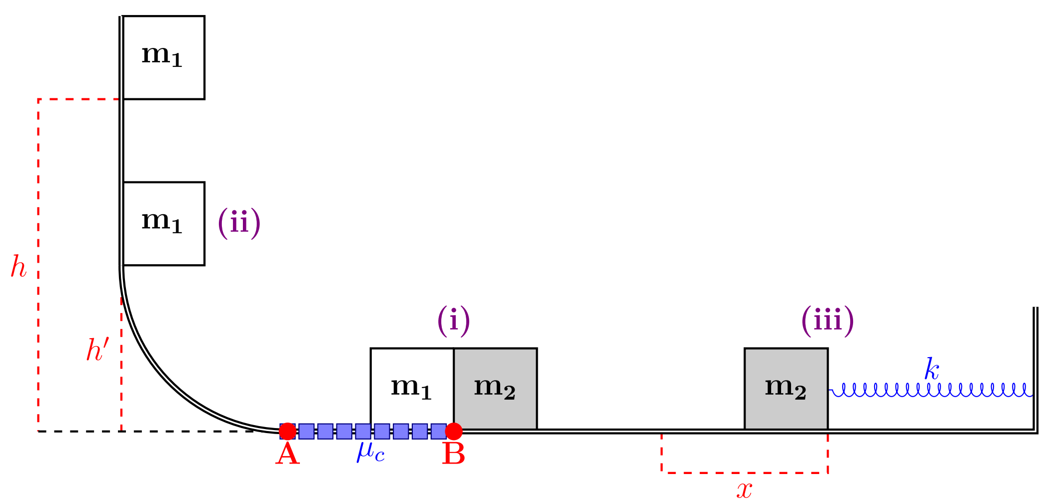
> Un bloque de masa $m_1 = 1\ kg$ se suelta desde una altura $h = 5\ m$ deslizando sobre una rampa sin fricción. En el punto **B**, se encuentra con un bloque de masa $m_2 = 2\ kg$. La colisión entre los bloques es elástica. La distancia entre **A** y **B** es $L = 4\ m$. Entre los puntos **A** y **B** se tiene una superficie horizontal con fricción ($\mu_c = 0{,}2$). La masa m_2 se encuentra luego con un resorte de constante $k = 100\ N/m$. Determine:



a) La compresión máxima del resorte (5 ptos.).

b) La altura máxima alcanzada por m_1 después del choque (5 ptos.).

Analizaremos tres instantes: **(i)** m_1 ha descendido toda la altura h, se desplaza por el tramo **AB** hasta colisionar elásticamente m_2, **(ii)** m_1 alcanza una altura desconocida h' y **(iii)** m_2 llega al reposo cuando ha comprimido el resorte una distancia.



Instante (i): Aplicaremos el teorema de trabajo-energía para determinar la rapidez que tiene m_1 al colisionar con m_2, luego conservación del momentum lineal y de la energía cinética para determinar las velocidades de los dos bloques después de la colisión.

Sea v la rapidez que adquiere m_1 al colisionar con m_2 y $W(\vec{\mathbf{F}}_r)$ el trabajo que realiza la fuerza de roce (lo podemos determinar fácilmente estudiando la dinámica), tenemos que

$$W(\vec{\mathbf{F}}_r) = \Delta K + \Delta U = (K + \cancel{U})_f - (\cancel{K} + U)_o$$
$$\Longrightarrow -m_1 g \mu_c L = \frac{m_1 v^2}{2} - m_1 g h \Longrightarrow v = \sqrt{2g(h - \mu_c L)} \Longrightarrow v = 2\sqrt{21}\, m/seg$$

Con la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$, podemos determinar las velocidades después del choque elástico $\vec{\mathbf{v}}'$ y $\vec{\mathbf{u}}$ de los bloques m_1 y m_2 respectivamente. Como es elástica la colisión, se conserva momentum lineal y energía cinética.

$$\begin{cases} \textbf{Conservación del momemtum lineal:} \quad m_1\vec{\mathbf{v}} = m_1\vec{\mathbf{v}}' + m_2\vec{\mathbf{u}} \\ \textbf{Conservación de la energía cinética:} \quad \dfrac{m_1||\vec{\mathbf{v}}||^2}{2} = \dfrac{m_1||\vec{\mathbf{v}}'||^2}{2} + \dfrac{m_2||\vec{\mathbf{u}}||^2}{2} \end{cases}$$

Como ambos bloques se mueven en el mismo eje, podemos prescindir de la notación vectorial y sustituir los valores.

$$\begin{cases} m_1 v = m_1 v' + m_2 u \\ m_1 v^2 = m_1 (v')^2 + m_2 u^2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} (1\ kg)(2\sqrt{21}\, m/seg) = (1\ kg)v' + (2\ kg)u \\ (1\ kg)(2\sqrt{21})^2 = (1\ kg)(v')^2 + (2\ kg)u^2 \end{cases}$$

Cuya solución es

$$\begin{cases} v' = 2\sqrt{21}\, m/seg \\ u = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} v' = -\dfrac{2\sqrt{21}}{3}\, m/seg \\ u = \dfrac{4\sqrt{21}}{3}\, m/seg \end{cases}$$

En el primer escenario, m_2 se mantiene en reposo y m_1 se devuelve con la misma rapidez. En el otro, ambos bloques cambian de rapidez.

Instante (ii): Aplicamos conservación de la energía para determinar la máxima compresión del resorte x.

$$(U + \cancel{K})_f = (\cancel{U} + K)_o \Longrightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{m_2 u^2}{2} \Longrightarrow x = \sqrt{\frac{m_2 u^2}{k}} \Longrightarrow \underbrace{\boxed{x = \frac{2\sqrt{42}}{15}\, m}}_{\text{Pregunta } a)}$$

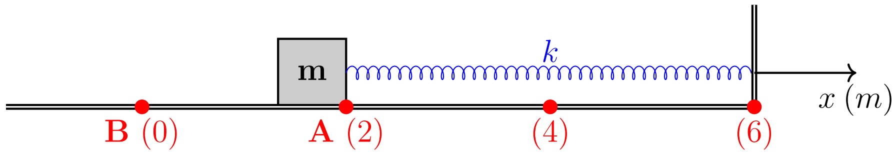
Instante (iii): Aplicamos el teorema de trabajo-energía para determinar la altura h' que alcanza m_1 al devolverse.

$$W(\vec{\mathbf{F}}_r) = \Delta K + \Delta U = (U + \cancel{K})_f - (\cancel{U} + K)_o$$
$$\Longrightarrow -m_1 g \mu_c L = m_1 g h' - \frac{m_1 (v')^2}{2} \Longrightarrow h' = \frac{(v')^2}{2g} - \mu_c L \Longrightarrow \underbrace{\boxed{h = -\frac{1}{3}\, m}}_{\text{Pregunta } b)}$$

Tenemos una inasistencia, h' no puede ser negativa. Este resultado indica que m_1 se detiene antes de subir por el rizo. Se puede verificar con dinámica y cinemática que se detiene en algo punto del tramo **AB**.

Desarrollo//Ejercicio 2

Un bloque de masa $m = 20\,kg$ está atado a un resorte de constante elástica $k = 300\,N/m$, cuyo largo natural (sin estiramiento) es de $6\,m$. En el instante inicial, $t = 0\,seg$, el bloque está detenido en la posición $x_A = 2\,m$.



a) Calcule la velocidad y aceleración máximas del movimiento. ¿En qué puntos se alcanzan cada uno de estos valores máximos? (5 ptos.).

Sabemos que para un oscilador masa-resorte, sea a_{max} la aceleración máxima, v_{max} la velocidad inicial, A la amplitud y ω la frecuencia angular de oscilaciones, tenemos las siguientes ecuaciones

$$\begin{cases} a_{max} = A\omega^2 \\ v_{max} = A\omega \\ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_{max} = \dfrac{Ak}{m} \\ v_{max} = A\sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases}$$

Falta determinar la amplitud A. Como el bloque está inicialmente en el punto **A** y el punto de equilibrio es **B**, la amplitud es la distancia entre el punto inicial y el punto de equilibrio; entonces $A = 2\ m$. Así,

$$\begin{cases} a_{max} = \dfrac{(2\ m)(300\ N/m)}{20\ kg} \\ v_{max} = (2\ m)\sqrt{\dfrac{300\ N/m}{20\ kg}} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_{max} = 30\ m/seg^2 \\ v_{max} = 2\sqrt{15}\ m/seg \end{cases}$$

b) Calcule la fuerza elástica en función del tiempo (3ptos.).

La fuerza F responsable del movimiento oscilatorio viene dada por la ecuación $F = m\ddot{x}$ con $x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi)$ con φ el desfase de la oscilación. Tenemos que

$$x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi) \Longrightarrow \begin{cases} \dot{x}_{(t)} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) \\ \ddot{x}_{(t)} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Para determinar φ, utilizamos los valores de posición y la aceleración máxima que acabamos de calcular. Pues, se cumple que

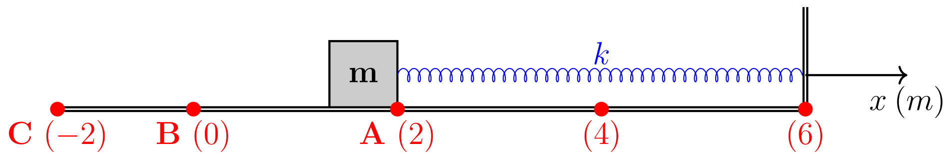
$$\begin{cases} x_{(0)} = 2\ m = (2\ m)\cos\varphi \\ \ddot{x}_{(0)} = -30\ m/seg^2 = -(2\ m)(15\ /rad^2)\sin\varphi \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 1 \Longleftrightarrow \varphi = 0 \\ \cos\varphi = 1 \Longleftrightarrow \varphi = 0 \end{cases} \Longrightarrow \varphi = 0$$

Finalmente,

$$\boxed{F_{(t)} = -600\cos[(\sqrt{15}\ rad/seg)t]\ N}$$

c) Calcule el tiempo que tarda el bloque en pasar por cuarta vez por el punto **B** (3 ptos.).

Sabemos que el periodo T es el tiempo en que el bloque realiza una oscilación, parte del punto **A** y regresa, y en cada una de ellas el bloque pasa por el punto **B**. Ahora, sabemos que **A** es un extremo del movimiento oscilatorio, marquemos el otro punto extremo **C** donde el bloque se devuelve.



De esta manera, como la distacia **AB** es igual a la distancia **BC** y el periodo es el tiempo en que el bloque recorre la distancia **ABC**, el tiempo en que el bloque pasa por **B** es la mitad de su periodo (considerando que tomamos $t\!=\!0\ seg$ en el punto **A**). Así, el tiempo t' en que el bloque pasa por cuarta vez por **B** es:

$$\boxed{t' = 2T = \frac{4\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\sqrt{15}}\ seg}$$

Nota: Este parcial fue resuelto y digitalizado por Asxel Ramirez para GECOUSB.

Asxel Ramirez
18-10322
Lic. Química
Twitter: @asx.0088

gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección gecousb@gmail.com